

In un'urna con 11 palline numerate da 1 a 11 ne vengono estratte 5 al giorno e poi rimesse dentro. Qual è la probabilità che dopo 5 giorni siano stati estratti tutti i numeri almeno una volta?

Le estrazioni che vengono fatte nei vari giorni costituiscono eventi indipendenti.

Sia $E_i = \{ \text{L'estrazione giornaliera contiene la pallina contrassegnata con il numero } i \}$

$$p(E_i) = \frac{\binom{10}{4}}{\binom{11}{5}} = \frac{5}{11} \quad p(\bar{E}_i) = \frac{6}{11}$$

Sia $A_i = \{ \text{Almeno in uno dei 5 giorni è stata estratta la pallina contrassegnata con il numero } i \}$

$$p(\bar{A}_i) = \left(\frac{6}{11} \right)^5$$

La probabilità che cerchiamo è $p(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_{11}) = 1 - p(\bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \dots \cup \bar{A}_{11}) =$

=

$$1 - \left(\sum_{i=1}^{11} P(\bar{A}_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq 11} P(\bar{A}_i \cap \bar{A}_j) + \dots + (-1)^{12} P(\bar{A}_1 \cap \dots \cap \bar{A}_{11}) \right)$$

Applicazione del Principio di Inclusione-Esclusione.

Per calcolare il valore ho scritto uno script in javascript:

```
const n = 11; // palline
const palline_estratte_giorno = 5;
let p = (6/11)**palline_estratte_giorno;
let pfinale = 0
// funzione ausiliaria per il calcolo del fattoriale
const fattoriale = (n) => {
    let fatt = 1;
    for(let i = 1; i <= n; i++)
        fatt *= i;
    return fatt;
}
// funzione ausiliaria per il calcolo delle combinazioni
const combinazioni = (n,k) => fattoriale(n)/(fattoriale(k)*fattoriale(n-k));
for(let i = 1; i <= n; i++)
    pfinale += p;
for(let i = 2; i <= n; i++)
    pfinale += (((-1)**(i+1))*(p**i))*combinazioni(n,i);
pfinale = 1 - pfinale;
console.log(pfinale);
```

Mandando in esecuzione lo script ottengo: 0.5802122436977026